

OBNOVA GRADA ZAGREBA NAKON POTRESA
Ciklus predavanja: Znanjem za Zagreb (i Hrvatsku) - Zagrebu od Rijeke

Proračun zidanih lučnih i svodjenih konstrukcija

Paulo Šćulac

Sveučilište u Rijeci, Građevinski fakultet

Sadržaj

- Uvod
- Potporna linija
- Primjena teorije plastičnosti
- Mehanizmi sloma
- Potresno djelovanje
- Literatura

Predavanje je rezultat aktivnosti provedenih na projektu
ZIP-UNIRI-1500-3-20 „Assessment of masonry arches and vaults”

Geometrijska pravila

Antički i srednjevjekovni graditelji temeljili su gradnju na geometriji i pravilima proporcije (npr. širina stupa je određeni dio raspona)

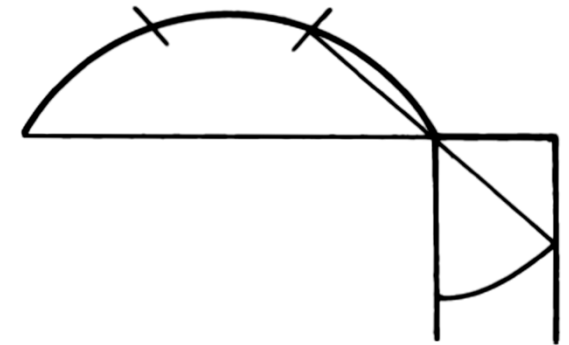
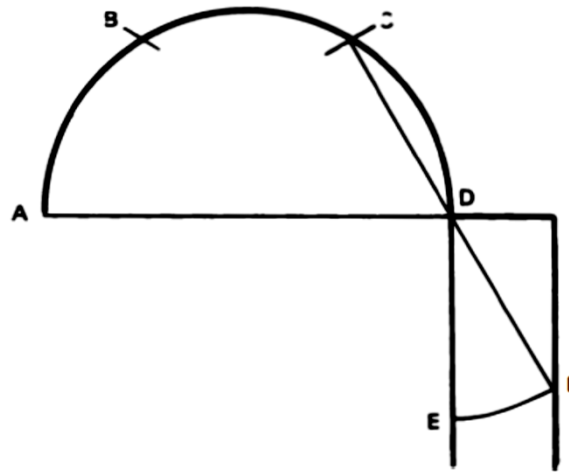
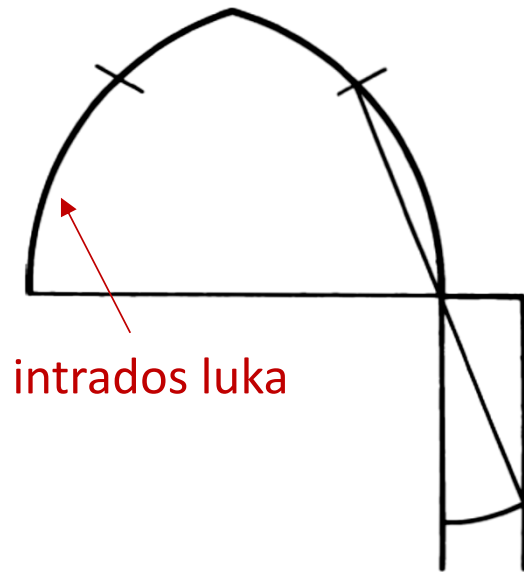
- ne uključuju granice sigurnosti niti pokazuju vrijednost opterećenja za koju će doći do rušenja

Također koristili su i modele (*stabilnost luka ne ovisi o veličini*)

- Proračun zidanih lučnih konstrukcija sveden na problem geometrije a ne čvrstoće, te ne ovisi o veličini konstrukcije
- Proračun naprezanja je od sporednog značenja – oblik konstrukcije je taj koji utječe na njezinu stabilnost

(Heyman, 1995.)

Geometrijska pravila



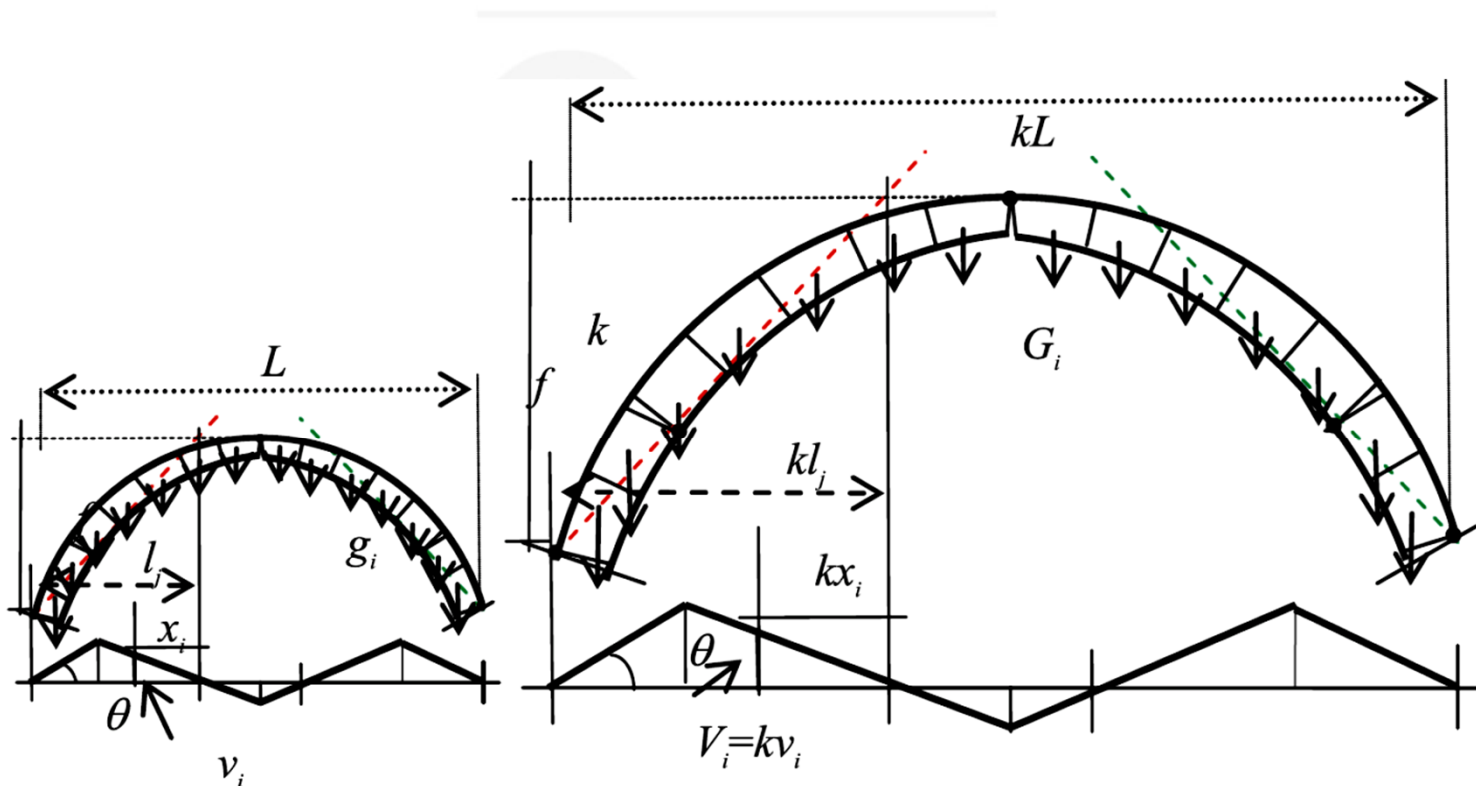
(Heyman, 1982.)

Derandov prikaz Blondelovog pravila za potrebnu širinu stupa

Iako ovo pravilo ne uključuje debljinu luka, ipak pokazuje trend koji je intuitivno točan, tj. da niski lukovi daju veće potiske te stoga i stupovi trebaju biti širi

Pravilo proporcija

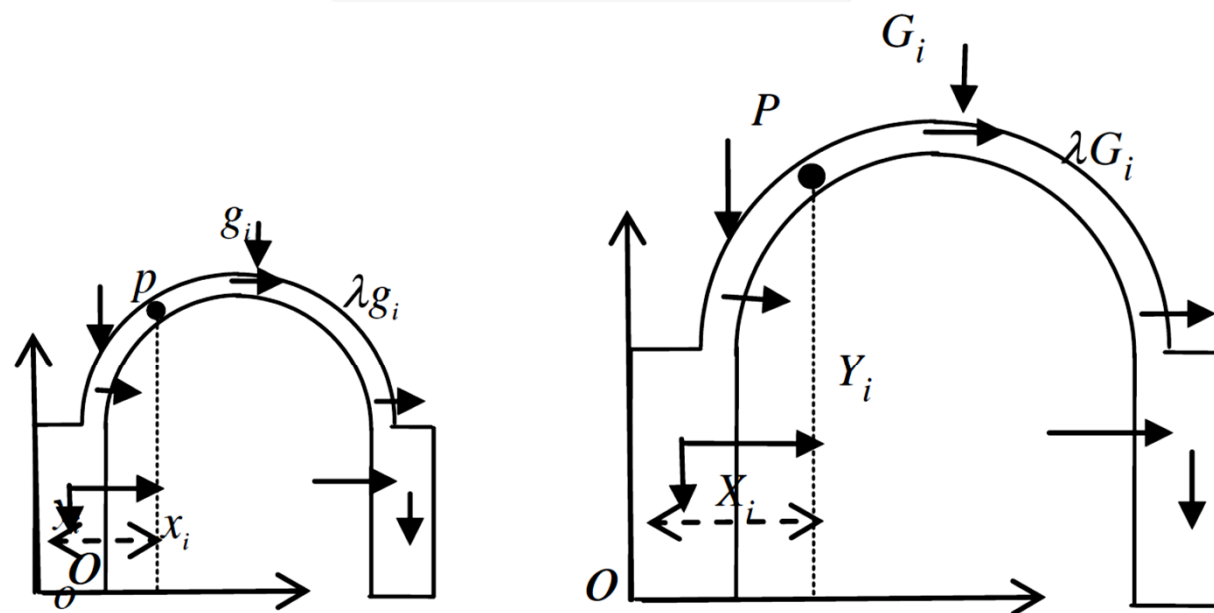
Ako je luk uslijed vlastite težine stabilan, tada će stabilan biti i luk koji je njegova uvećana kopija



(Como, 2017.)

Pravilo proporcija

Vrijedi i za horizontalno opterećenje, izraženo kao udio λ vertikalnog opterećenja



Similar structures under horizontal load λg and λG

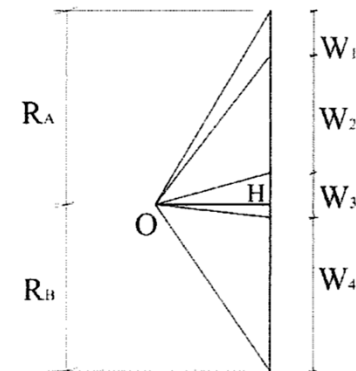
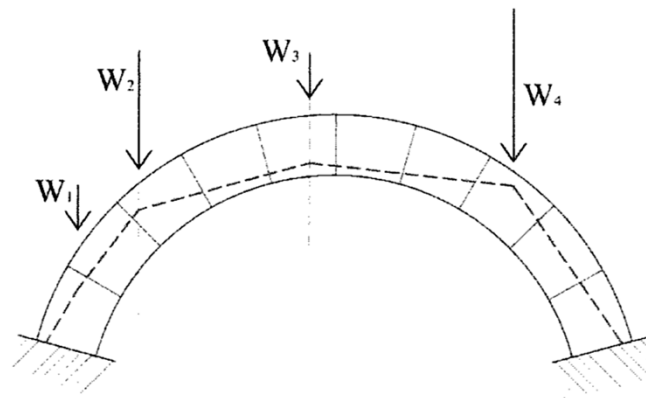
(Como, 2017.)

Potporna (tlačna) linija

- Linija (krivulja) koja spaja hvatišta tlačnih sila u presjecima luka
- Udaljenost tlačne linije od težišne linije (osi) luka = ekscentricitet

$$(e = M/N)$$

Preporuka kod projektiranja – za dominantno opterećenje os luka se poklapa s potpornom linijom

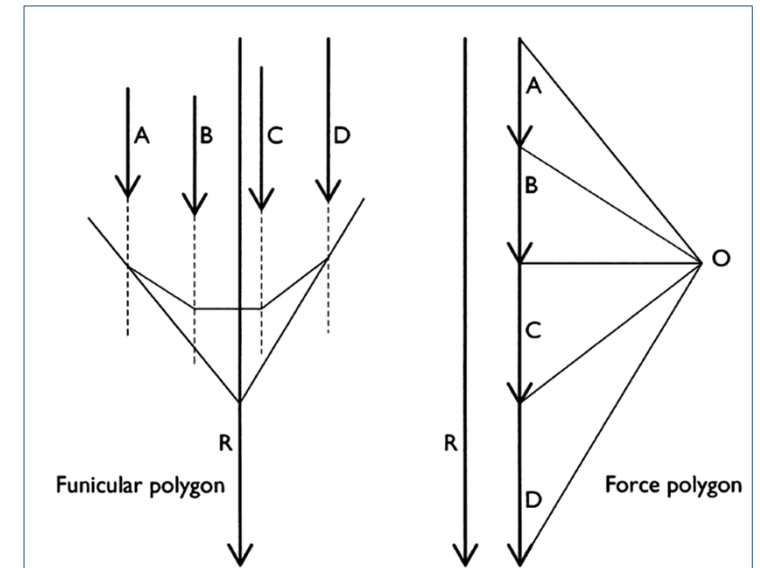
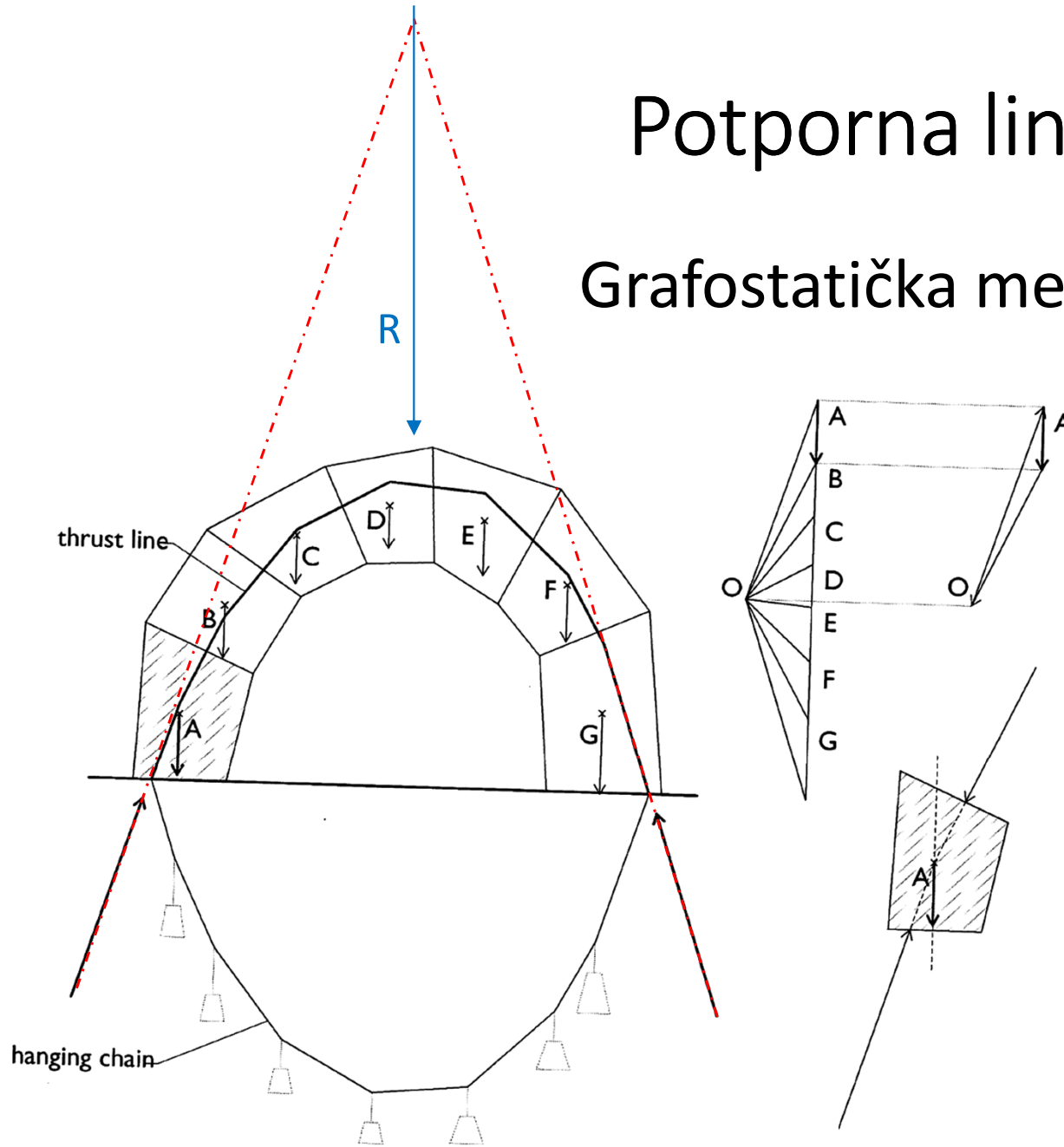


(Tomasoni, 2015.)

Luk može sadržavati neograničeni broj potpornih linija

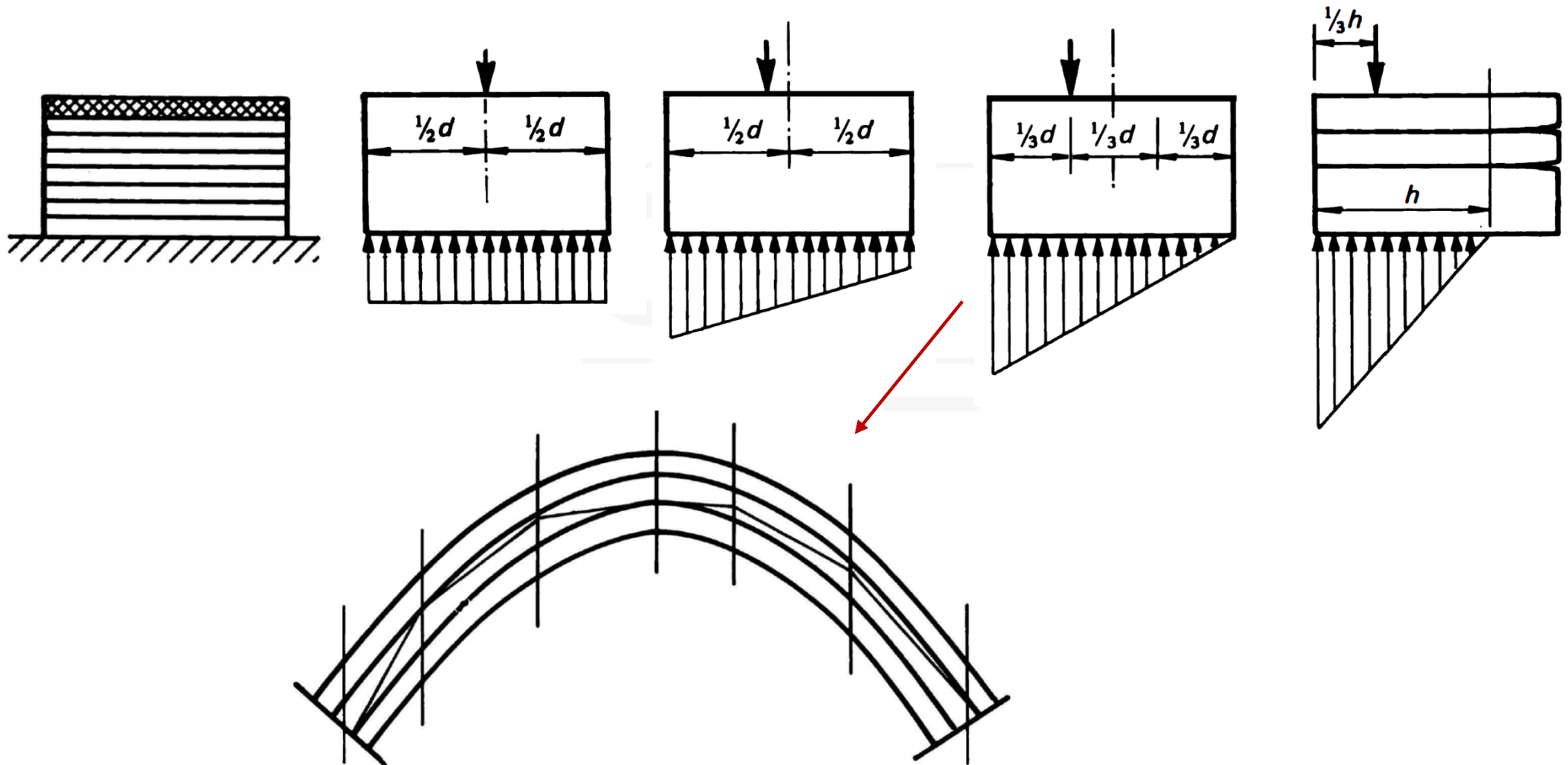
Potporna linija

Grafostatička metoda



(Roca i dr., 2019.)

Potporna linija



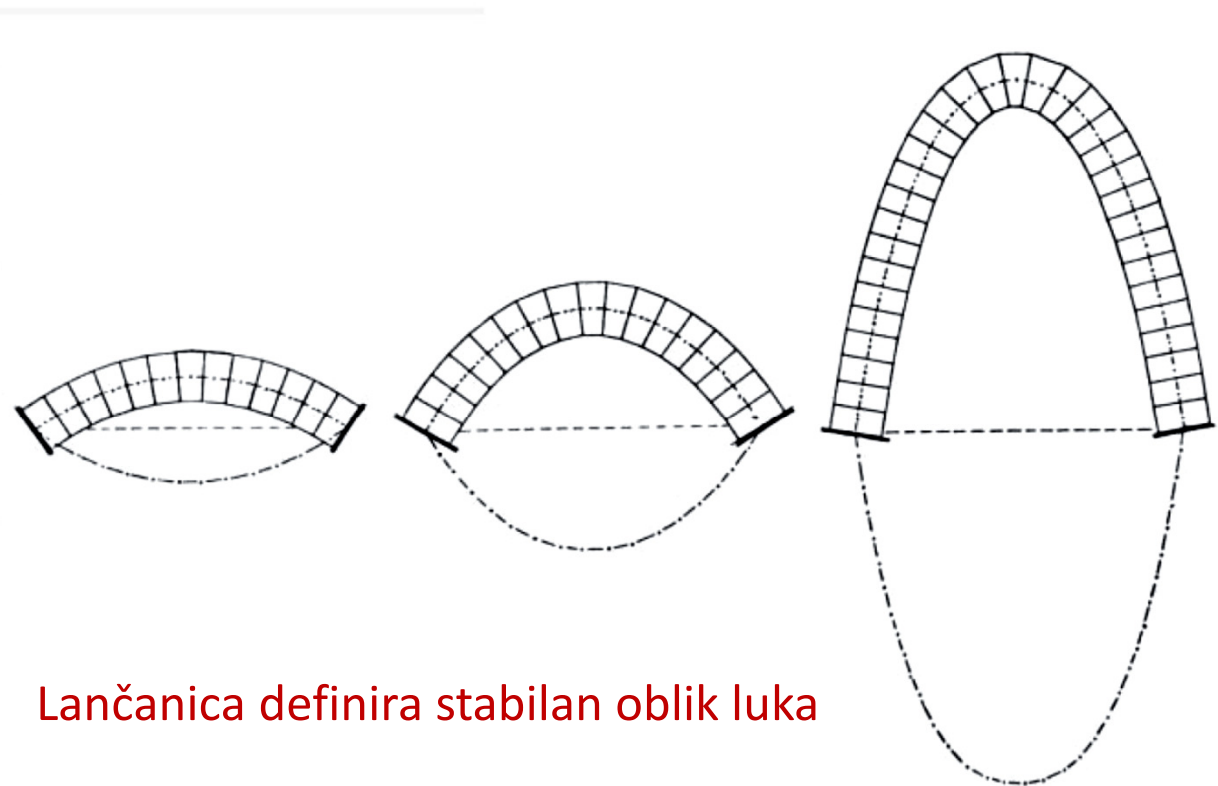
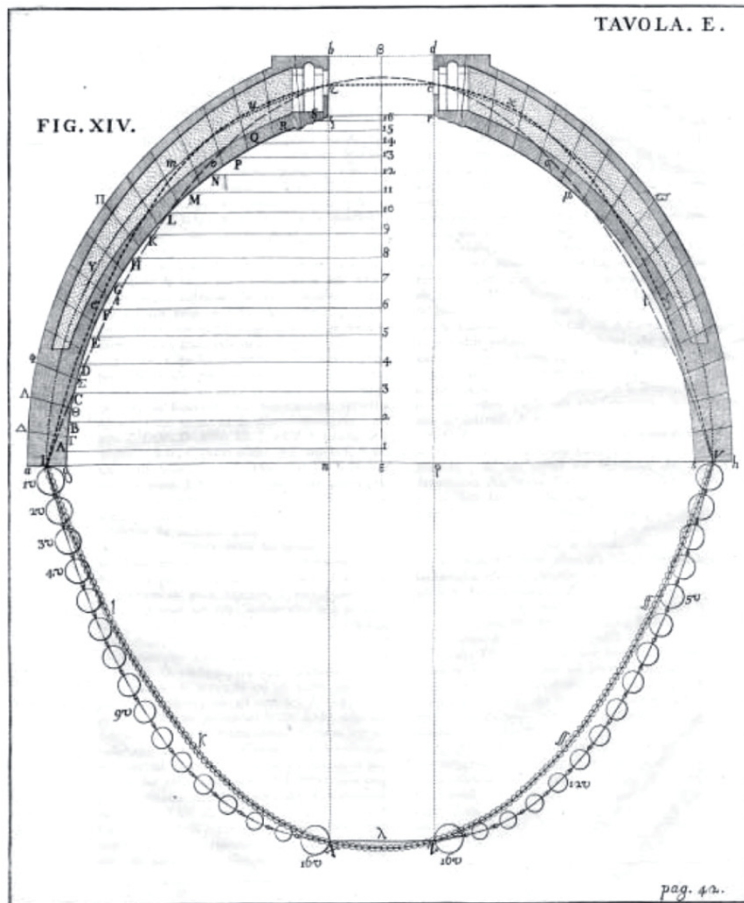
„Pravilo srednje trećine presjeka”

(Heyman, 1982.)

Potporna linija i lančanica

„Kao što visi lančanica, tako će ali obrnuto stajati kruti luk”

R. Hook

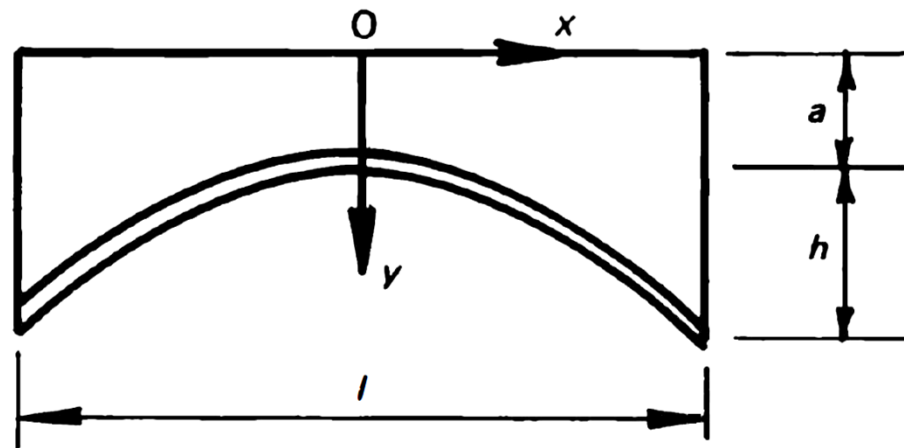


Lančanica definira stabilan oblik luka

(Addis, 2021.)

Inglisova metoda

Određivanje osi luka tako da se podudara s potpornom linijom za slučaj vlastite težine i nadslojeva iznad luka:



$$y = a \cosh \left\{ \frac{2x}{l} \cosh^{-1} \left(\frac{a+h}{a} \right) \right\}$$

(Heyman, 1982.)

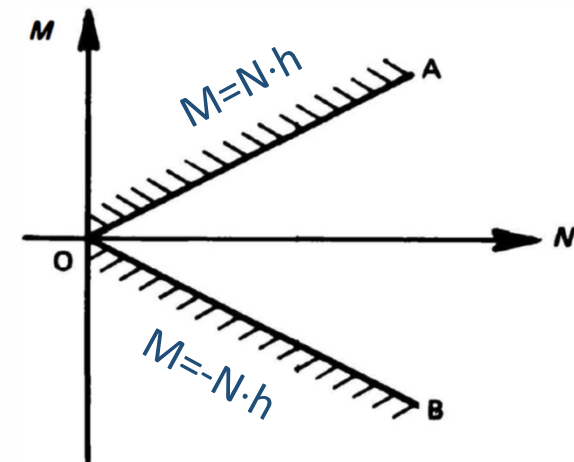
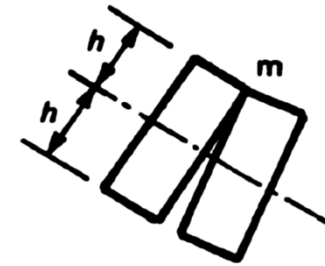
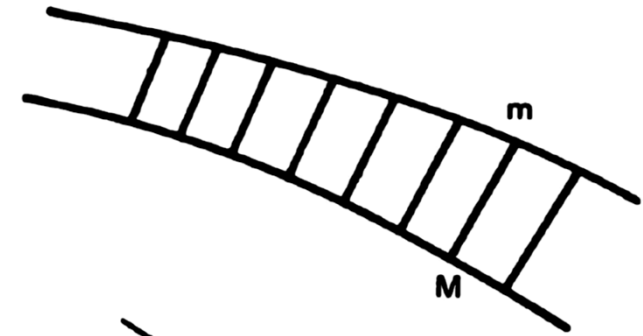
Primjena teorije plastičnosti

(Heyman, 1982.)

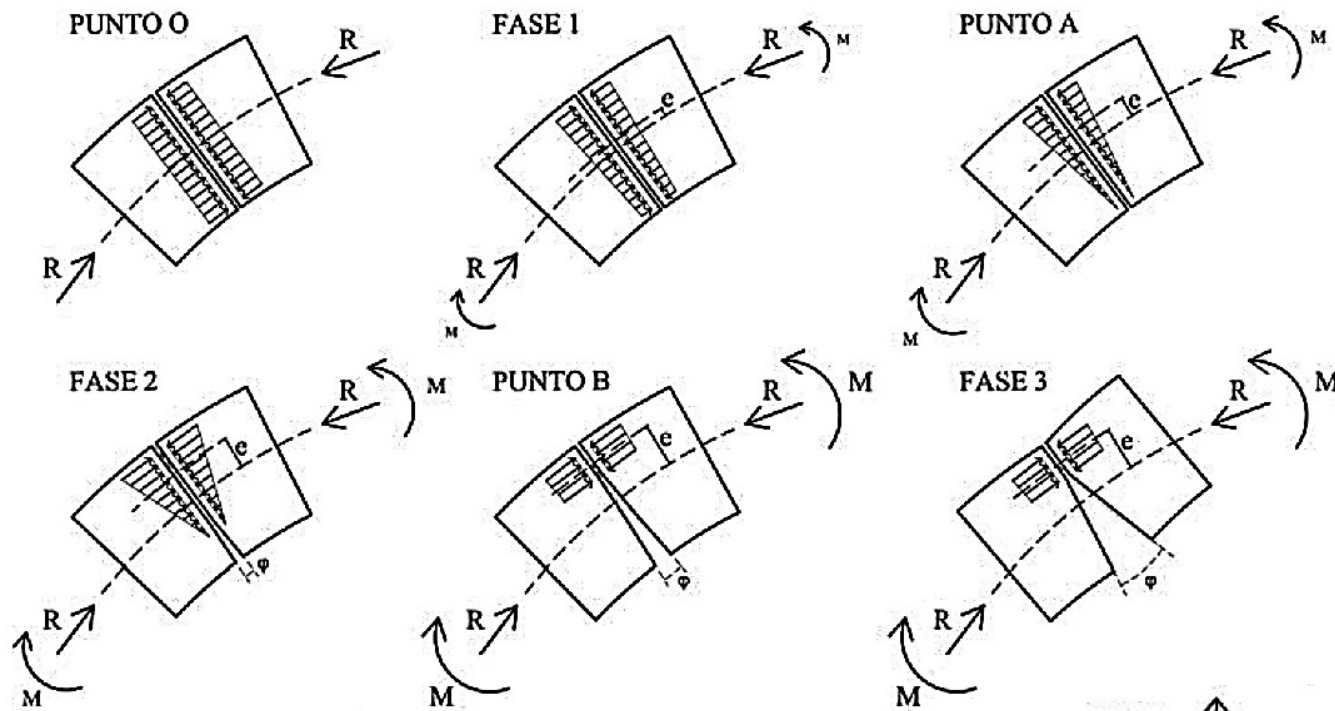
Heymanove pretpostavke:

- Nema klizanja u sljubnicama
- Zide nema vlačnu čvrstoću
- Zide ima beskonačnu tlačnu čvrstoću

Time je jedini mogući mehanizam
sloma: stvaranje zglobova
($M = N \cdot h$)

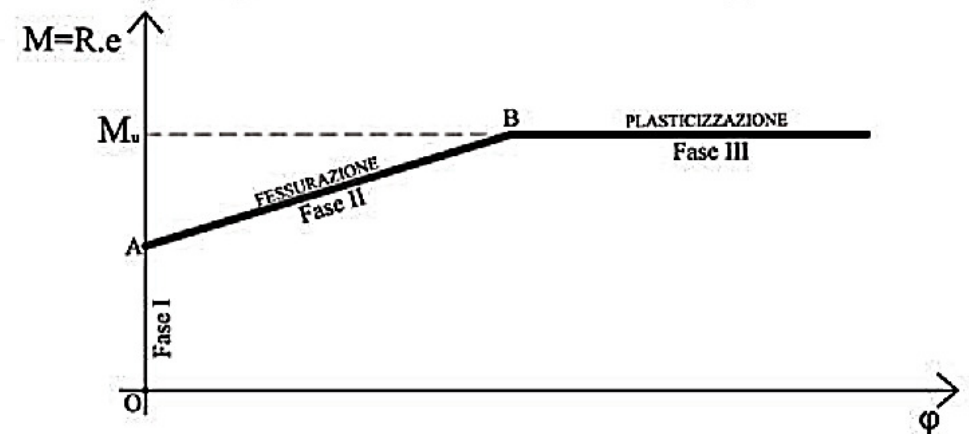


Primjena teorije plastičnosti



(Tomasoni, 2015.)

- 1) jednađbe ravnoteže
- 2) uvjet popuštanja materijala
- 3) potreban je određeni broj zglobova koji će sustav pretvoriti u mehanizam

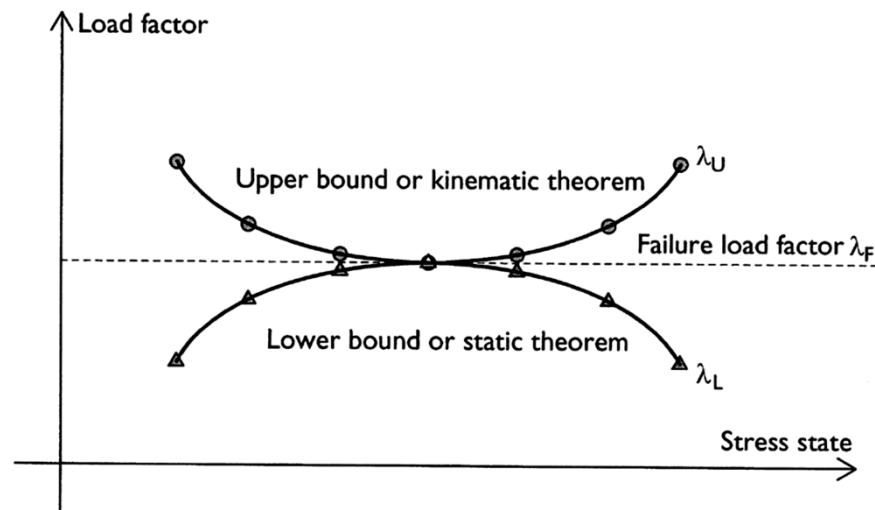


Primjena teorije plastičnosti

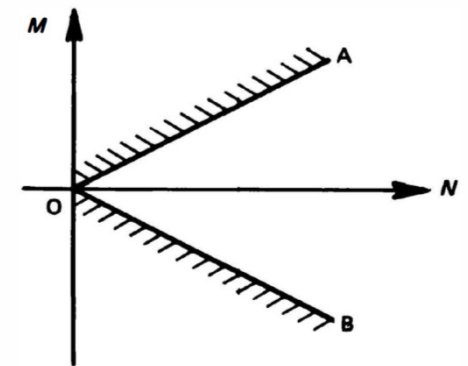


Statički teorem teorije plastičnosti (teorem sigurnosti)

Opterećenje koje odgovara statički mogućem stanju manje je od graničnog opterećenja.



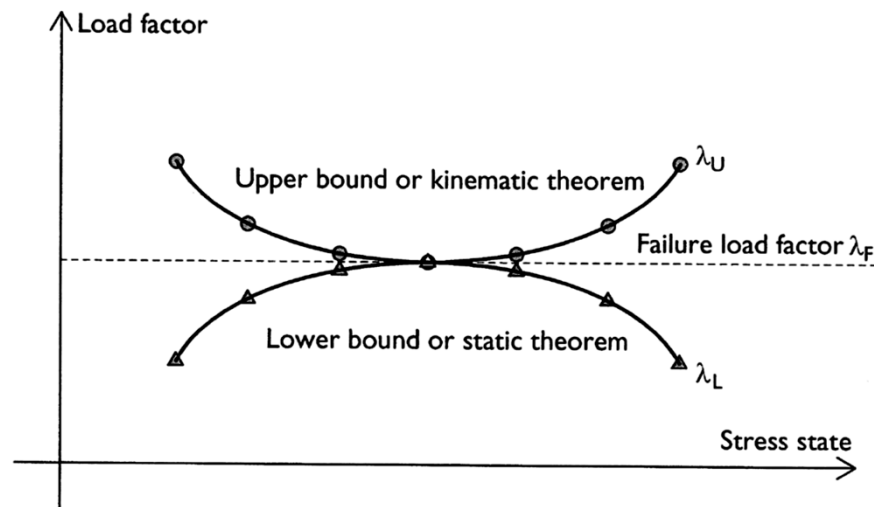
(Roca i dr., 2019.)



Ako se može pronaći potporna linija koja je u ravnoteži s vanjskim opterećenjem (uključujući i vlastitu težinu) a koja se u potpunosti nalazi unutar geometrije luka tada je konstrukcija sigurna.

Kinematički teorem teorije plastičnosti (teorem nesigurnosti)

Opterećenje koje odgovara kinematički mogućem stanju veće je od graničnog opterećenja.

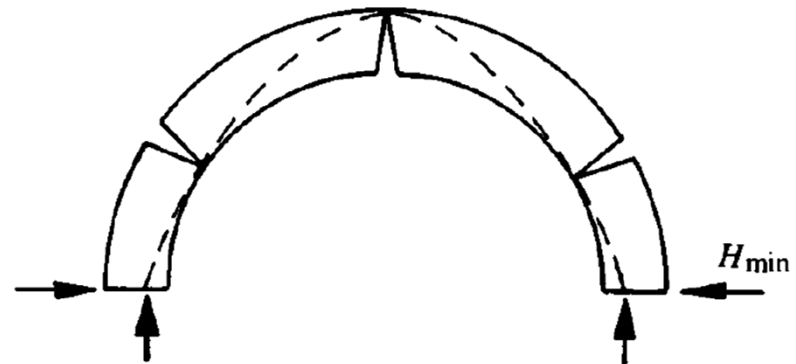


TEOREM JEDINSTVENOSTI:

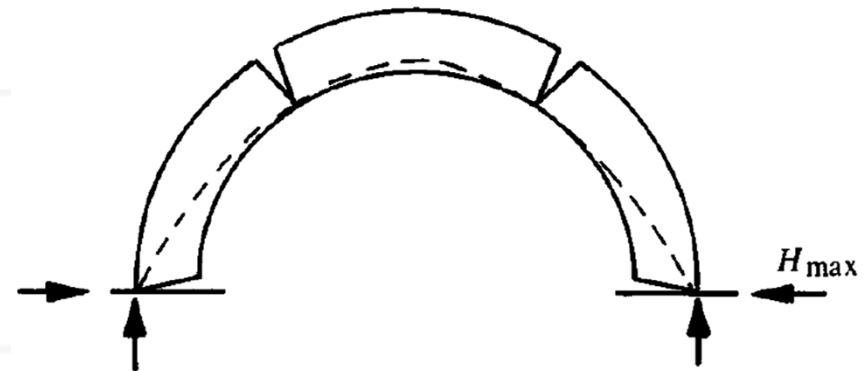
Ako je opterećenje takvo da su zadovoljeni uvjeti ravnoteže, stvaranja mehanizma i uvjet popuštanja, tada je ono jednako graničnom opterećenju

Primjena teorije plastičnosti

Povećanje raspona luka
(najmanji potisak)



Smanjenje raspona luka
(najveći potisak)



Tlačna linija je jednoznačno određena (prolazi kroz zglob)

Luk se mora prilagoditi pomacima

Dolazi do nastanka pukotina (zglobova)

(Heyman, 1982.)

Geometrijski faktor sigurnosti



Preporuka $GFS=2$

Odnos između debljine promatranog luka i debljine luka kod kojeg dolazi do formiranja mehanizma za promatrano opterećenje.

(Heyman, 1982.)

Mehanizmi sloma

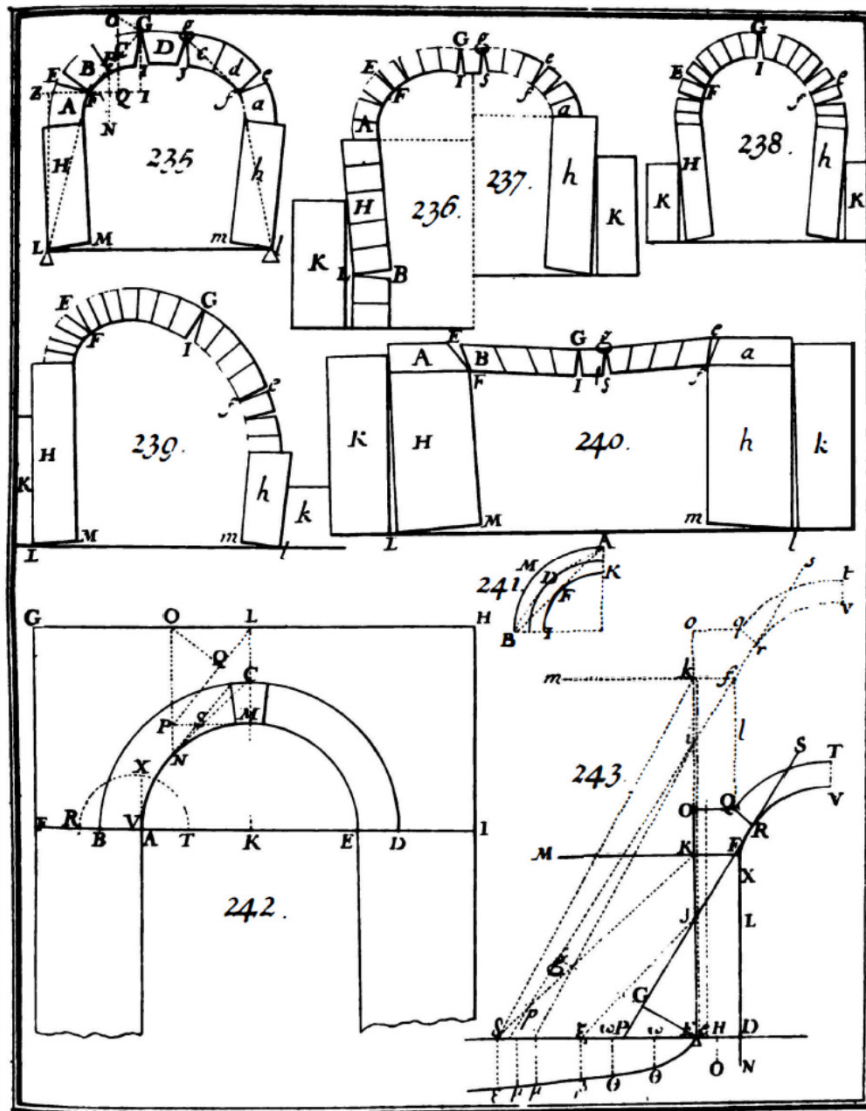
Zglobovi se pojavljuju tamo gdje potporna linija dodiruje unutarnji ili vanjski rub luka.

Za konstrukciju koja je n puta statički neodređena formiranjem n zglobova postaje statički određena, i dalje je stabilna i može prenositi opterećenja.

Formiranjem $n+1$ zglobova konstrukcija se pretvara u kinematički labilan mehanizam

Slom konstrukcije bez otkazivanja materijala

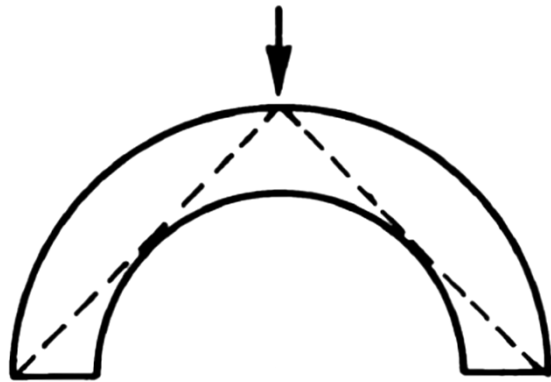
Mehanizmi sloma luka



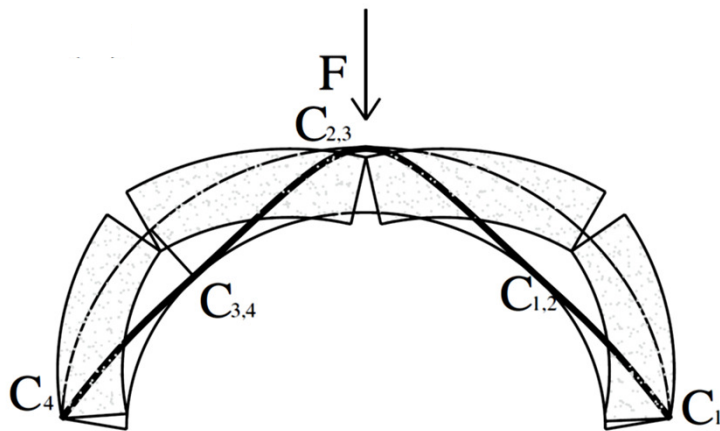
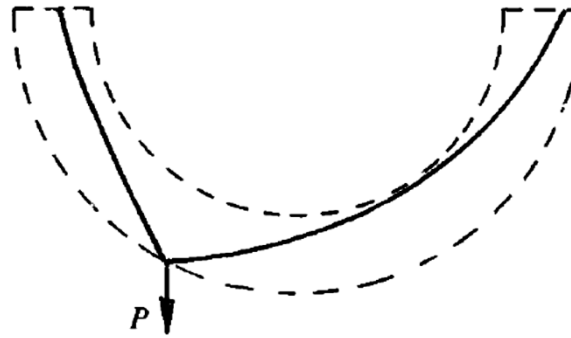
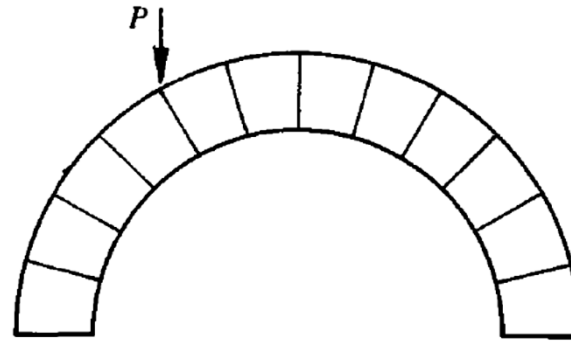
Mehanizmi sloma luka prema Danyzyu iz 1732.
(eksperimenti na modelima od gipsa)

(Heyman, 1982.)

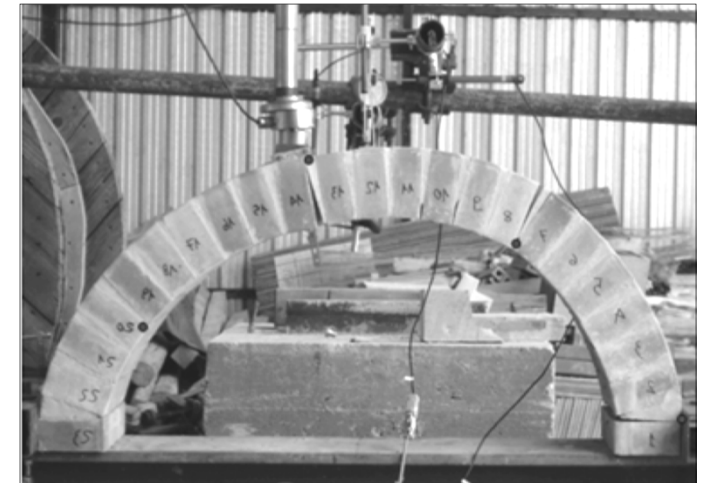
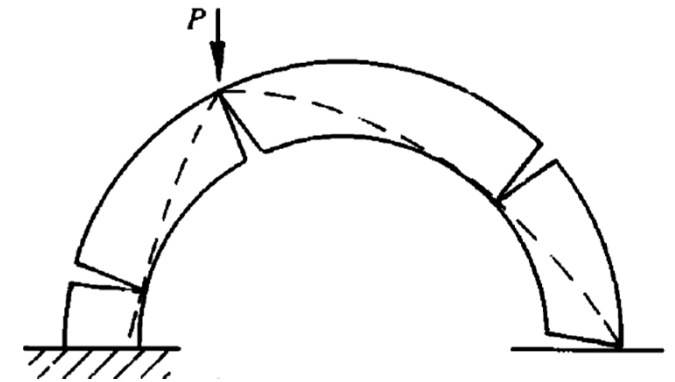
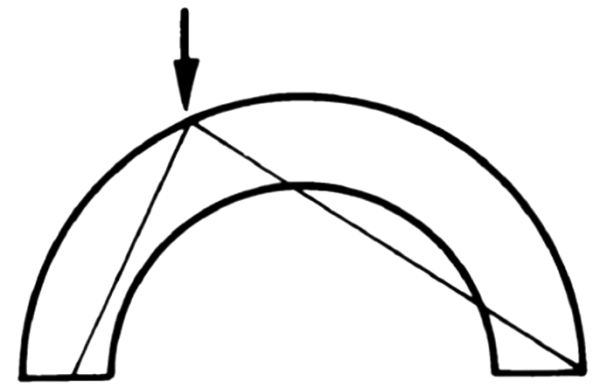
Mehanizmi sloma



(Heyman, 1982.)

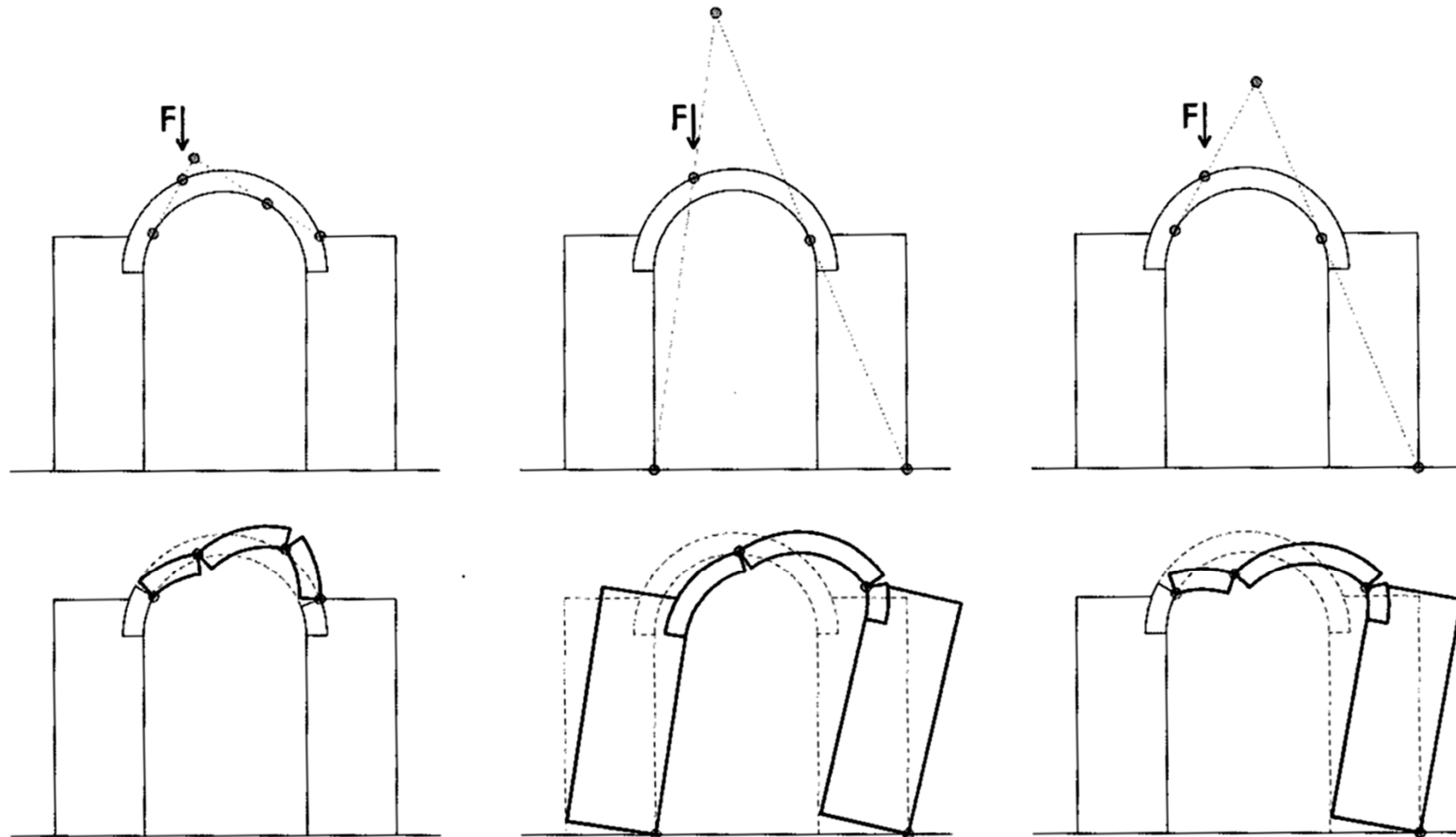


(Como, 2017.)



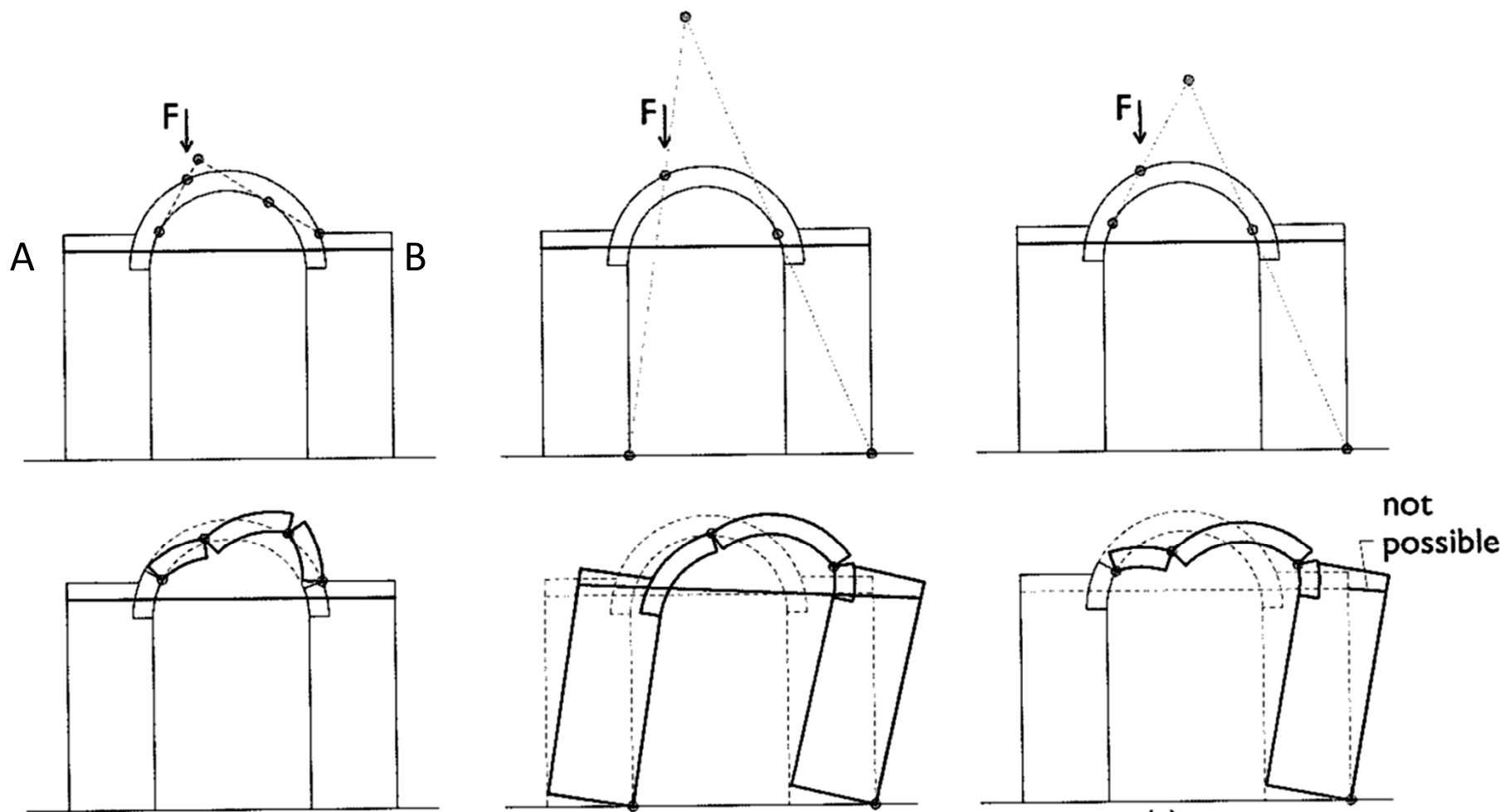
(Zampieri i dr., 2018.)

Mehanizmi sloma



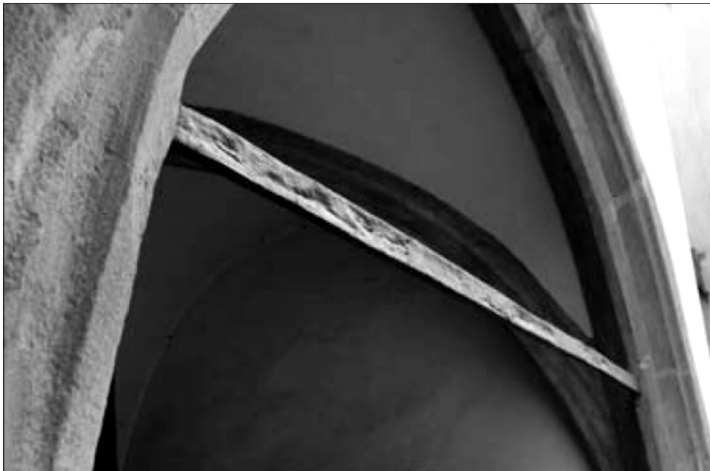
(Roca i dr., 2019.)

Mehanizmi sloma

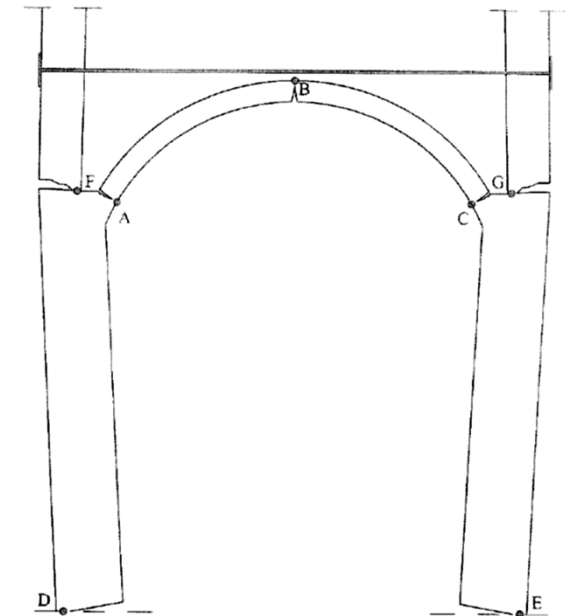
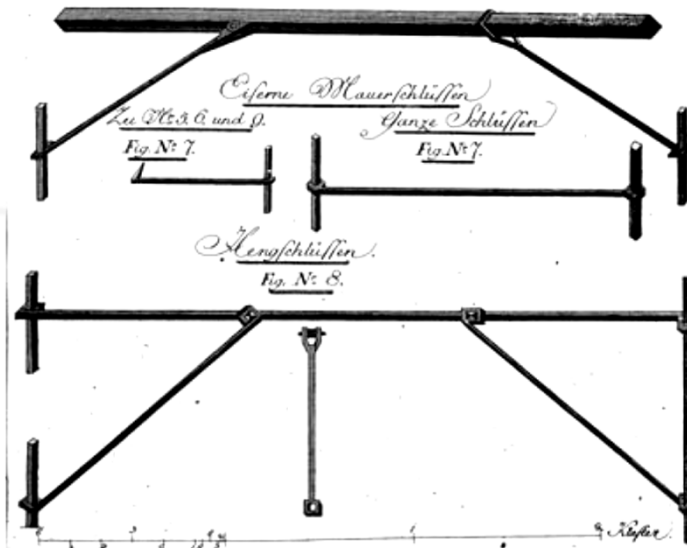
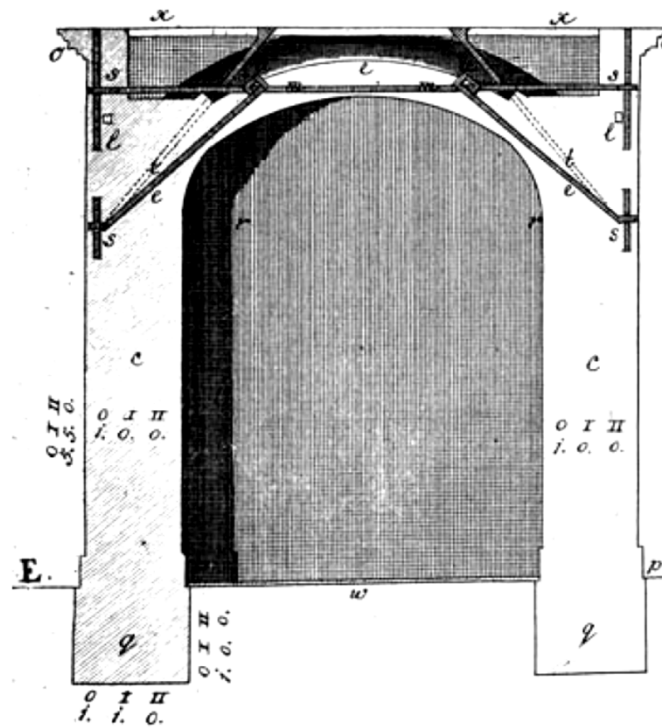


(Roca i dr., 2019.)

Zatege



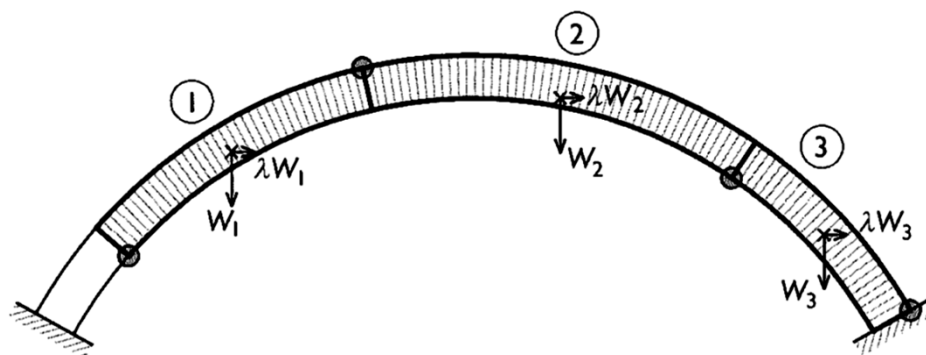
(Holzer, 2013.)



(Tomasoni, 2015.)

Potres – ekvivalentno statičko opterećenje

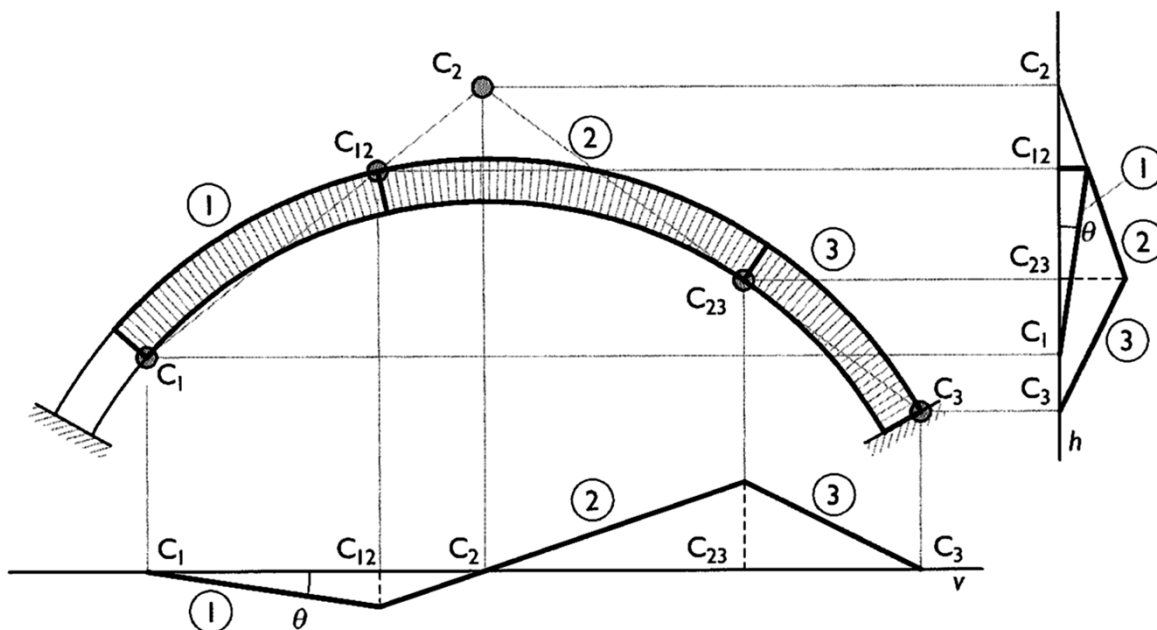
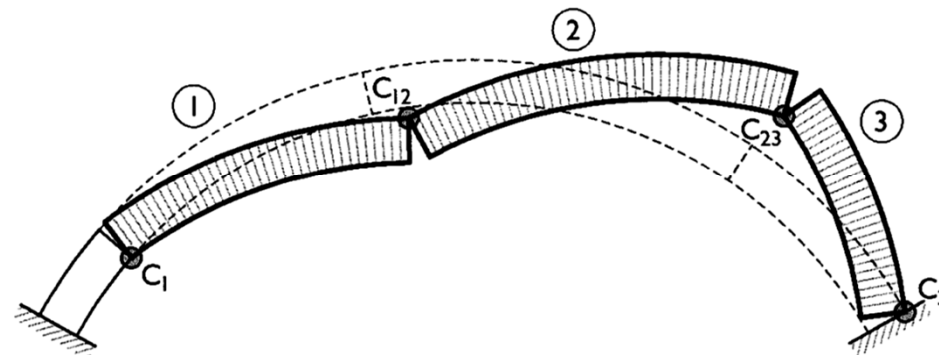
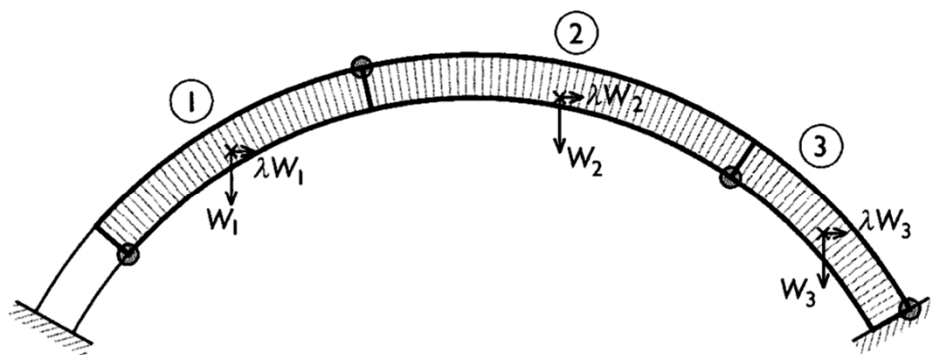
Potresno opterećenje na luk moguće je simulirati horizontalnom silom λW koja predstavlja udio vlastite težine W .



To je ekvivalentno primjeni konstantnog ubrzanja koje predstavlja udio gravitacijskog ubrzanja g .

Takvo ekvivalentno statičko opterećenje ne može u potpunosti obuhvatiti sve dinamičke utjecaje, ali može dati procjenu horizontalnog opterećenja koji luk može preuzeti prije urušavanja.

Potres – ekvivalentno statičko opterećenje



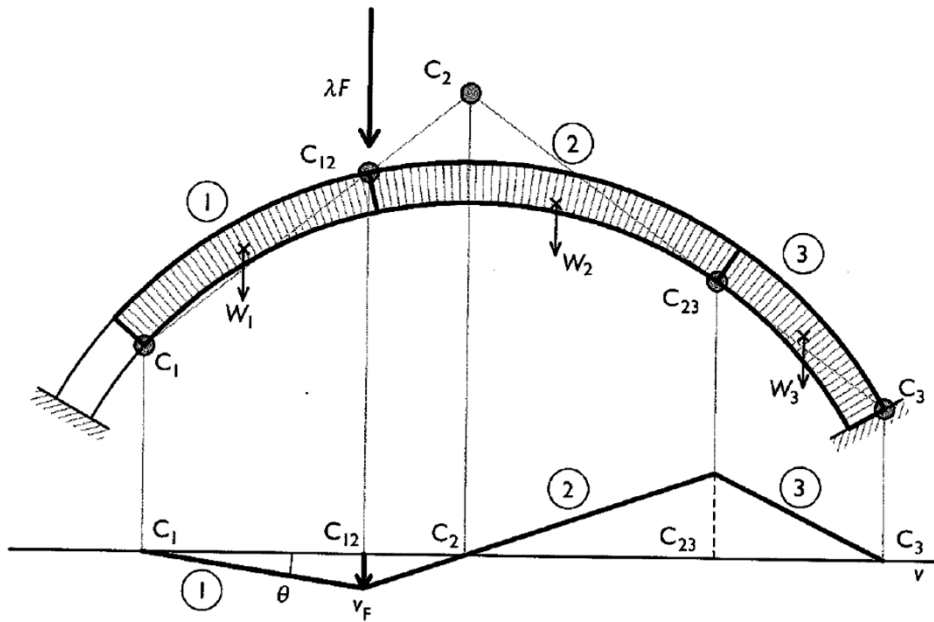
$$L_W + L_S = 0$$

$$L_W = \sum_{i=1}^3 W_i v_i \quad L_S = \lambda \sum_{i=1}^3 W_i h_i$$

$$\lambda = - \frac{\sum W_i v_i}{\sum W_i h_i}$$

(Roca i dr., 2019.)

Kinematički postupak



$$L_W + L_F = 0$$

$$L_W = \sum_{i=1}^3 W_i v_i$$

$$L_F = \lambda F v_F$$

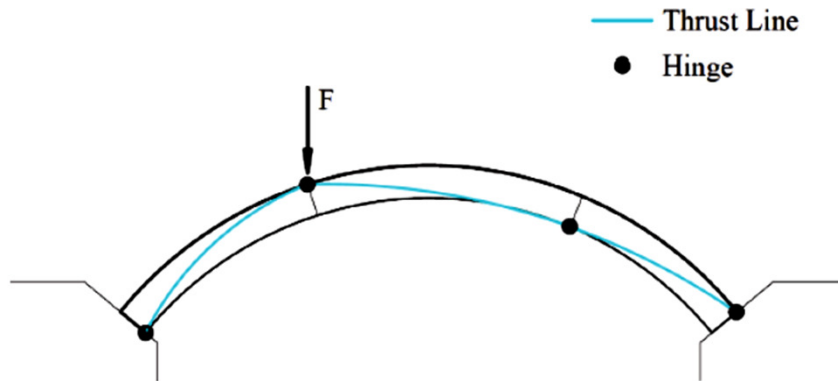
$$\lambda = - \frac{\sum W_i v_i}{F v_F}$$

Slučaj koncentrirane sile

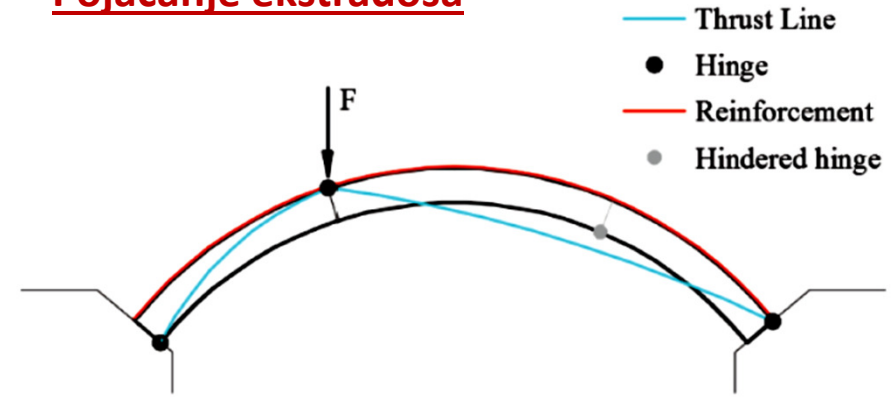
(Roca i dr., 2019.)

Pojačanja lukova kompozitima (PAV/TAM)

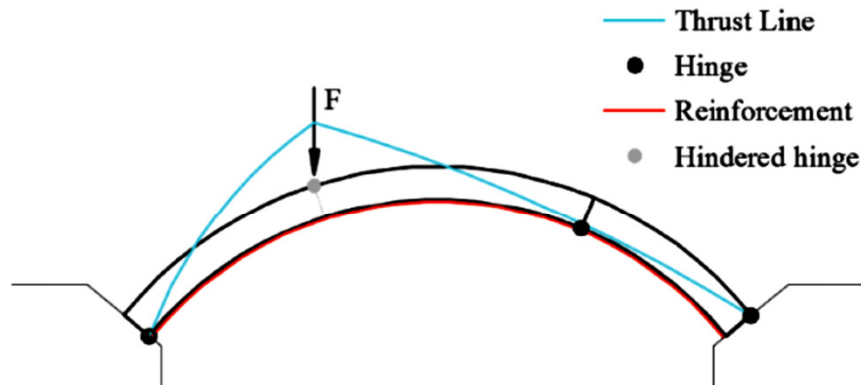
Bez pojačanja



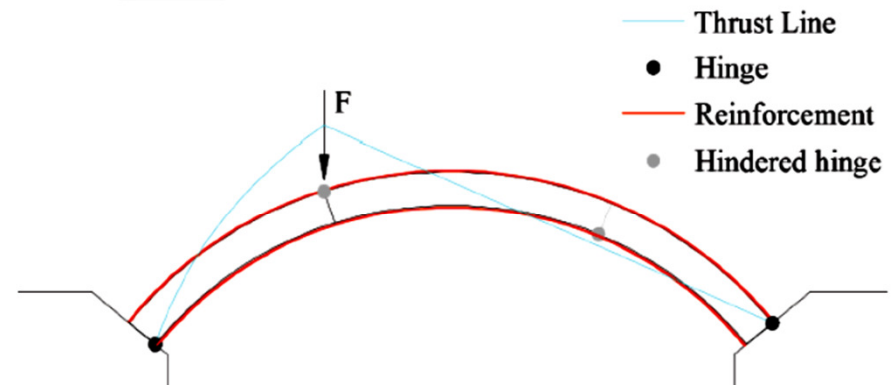
Pojačanje ekstradosa



Pojačanje intradosa

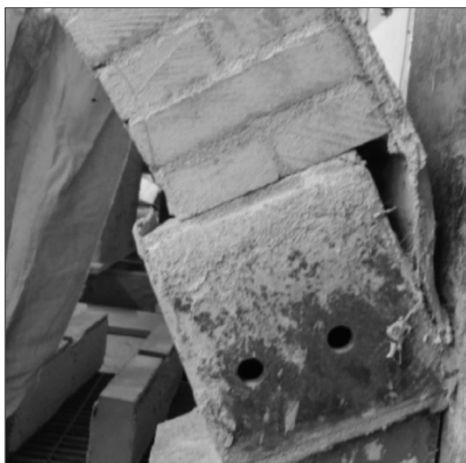


Pojačanje ekstradosa i intradosa



(Zampieri i dr., 2018.)

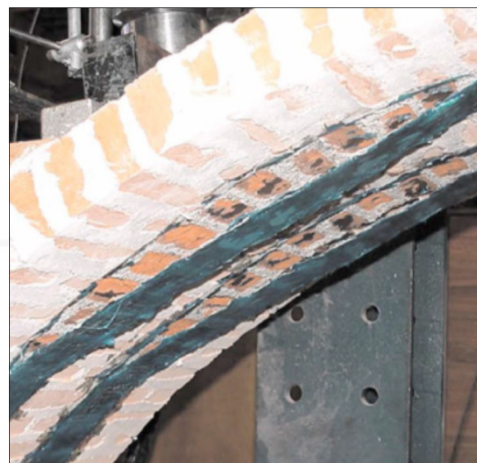
Pojačanja lukova kompozitima (PAV/TAM)



Klizanje blokova



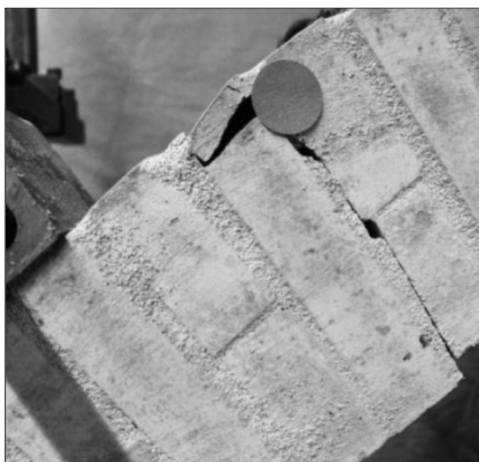
Drobljenje bloka



Odvajanje pojačanja



Otkazivanje pojačanja
(Zampieri i dr., 2018.)



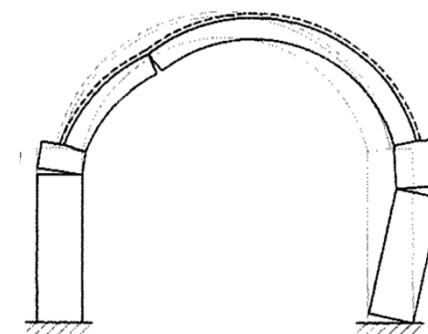
Drobljenje +
klizanje



Odvajanje +
drobljenje

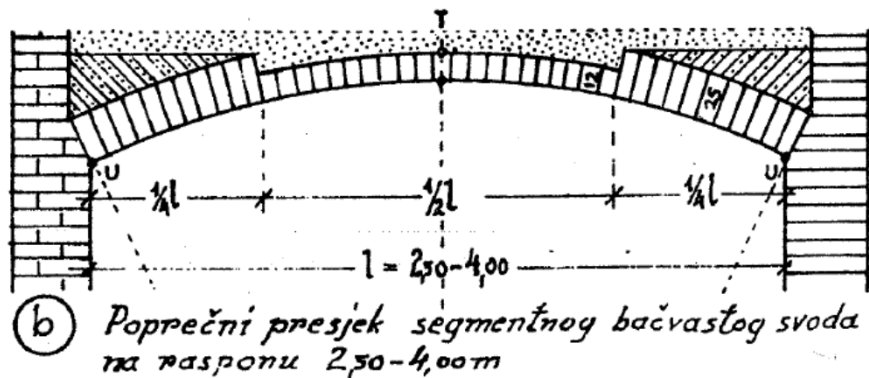
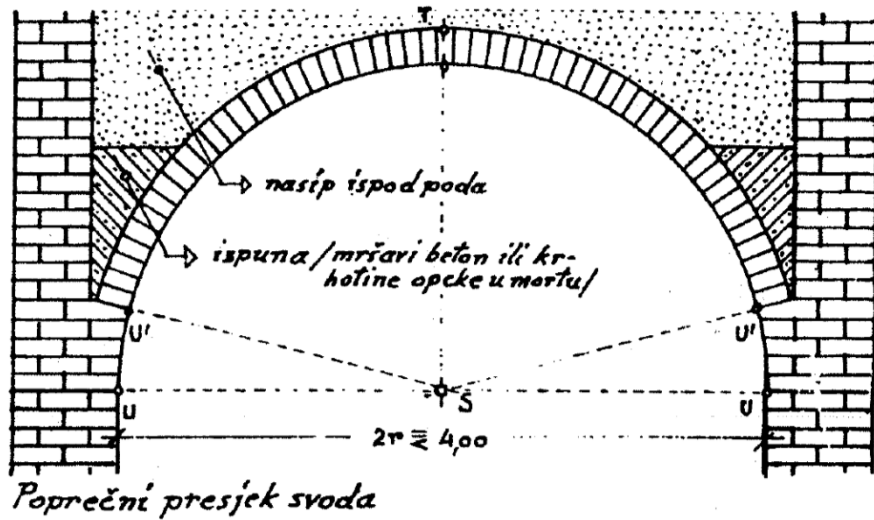


Klizanje +
odvajanje



(Tomasoni, 2015.)

Zidana ispuna



(Peulić, 2002.)

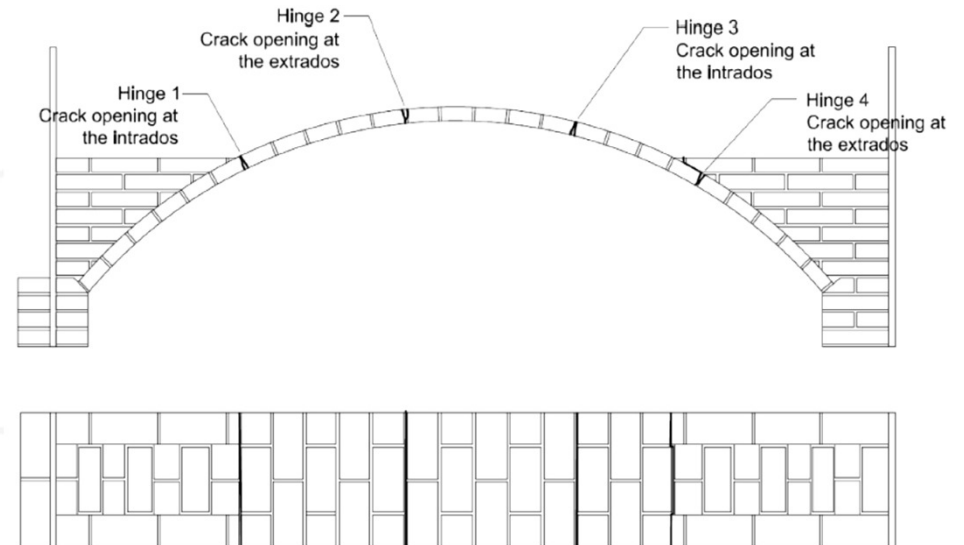


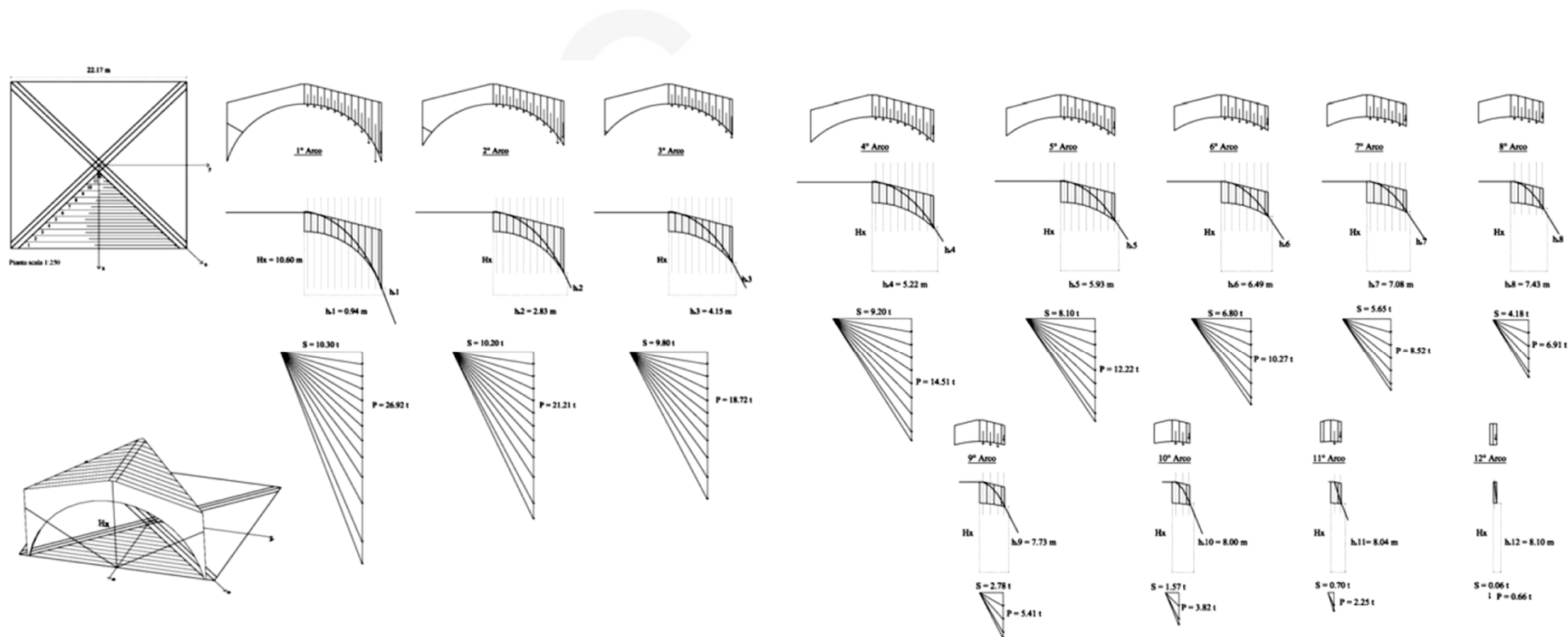
Fig. 8. Crack pattern and failure mode of UNR specimen.

(De Santis, 2018.)

Zidane svođene konstrukcije

Vrijedi analogija s lučnim konstrukcijama.

Primjena na 3D svođene konstrukcije može biti složena, ali ručni proračuni mogu se provesti rastavljanjem svoda na trake (lukove).



(Como, 2017.)

Zaključno

- Bez obzira na dugo korištenja zidanih lučnih i svođenih konstrukcija i brojnih istraživača koji su ih proučavali još nije usuglašeno jedinstveno rješenje/metoda
- Prikazana je provjera stabilnosti luka traženjem potporne linije koja se nalazi unutar luka
- Iako grafostatičke metode izgledaju zastarjelo mogu se vrlo efikasno primijeniti
- Pojavljuju se komercijalni programi
- Analiza mogućih mehanizama sloma može znatno pomoći pri odabiru sanacijskog rješenja

Literatura

- J. Heyman: *The masonry arch*, Ellis Harwood Limited, 1982.
- J. Heyman: *The stone skeleton: structural engineering of masonry architecture*, Cambridge University Press, 1995.
- M. Como: *Statics of historic masonry constructions* (3rd ed.), Springer, 2017.
- P. Roca, P.B. Laurencó, A. Gaetani: *Historic construction and conservation (Materials, systems and damage)*, CRC Press, 2019.
- S.M. Holzer: *Statische Beurteilung historischer Tragwerke - Mauerwerkskonstruktionen*, Ernst & Sohn, 2013.
- E. Tomasoni: *Analisi, verifiche e consolidamento strutturale di archi e volte*, Dario Flaccovio Editore, 2015.
- B. Addis: *Physical models – their historical and current use in civil and engineering design*, Ernst & Sohn, 2021.
- P. Zampieri, N. Simoncelo, C.D. Tetougueni, C. Pellegrino: *A review of methods for strengthening of masonry arches with composite materials*, Engineering Structures 171, 154-169, 2018.
- S. De Santis, F. Roscini, G. de Felice: *Full-scale tests on masonry vaults strengthened with steel reinforced grout*, Composites Part B, 141, 20-36, 2018.

Predavanje je rezultat aktivnosti provedenih na projektu **ZIP-UNIRI-1500-3-20** „*Assessment of masonry arches and vaults*”